

mathe.studien.cloud: Digitale Mathematikgrundlagen leicht zugänglich online ausgleichen

Britta Schütter-Kerndl*

Lisa Groos*

Jan Bucher*

* Zentrum für Grundlagen und digitale Lehre an der Hochschule Aalen
Korrespondenz: Britta.Schuetter-Kerndl@hs-aalen.de

Ausgangssituation

Die Lehre der Mathematikgrundlagen gilt als eines der Problemfelder moderner Bildung, obschon der Lehrstoff quasi seit Jahrzehnten wohldefiniert ist und es auch schon sehr lange eindeutige Handlungsempfehlungen der Mathematikdidaktik gibt, sind die meisten Ansätze zur Digitalisierung der Mathematik noch in den Anfängen oder betreffen vor allem die Forschung der Mathematik.

Digitale Mathematik ist im Feld der Mathematikgrundlagenlehre an den meisten deutschen Hochschulen formative, zutiefst vorstrukturierte und kalkülgeleitete Mathematik. Dies ist ein Artefakt der Digitalisierung und des Wunsches, ein E-Assessment im Fach Mathematik durchführen zu können. Es bildet keineswegs die digitale Mathematik der Forschung oder der späteren Anwendung ab, die mit Computeralgebrasystemen arbeitet. Der Aufwand für den Einstieg in diese Systeme ist jedoch groß und für Studienbeginnende nur möglich, wenn dies Teil des Curriculums wäre. Der Ansatz der studien.cloud zielt auf leicht zugängliche und versatil einsetzbare Jupyter Notebooks, mit denen digitale Mathematikinhalte erarbeitet werden können.

Rahmenbedingungen:

Sofern es überhaupt digitale Ansätze in der Mathematikgrundlagenausbildung gibt, beschränken diese sich oft auf die Form des an der Einrichtung prävalenten Learning Management Systems (LMS) und dessen Möglichkeiten zur automatisierten Prüfung, was zu E-Klausuren mit Multiple Choice Fragen in Mathematik führt. Dies hat zur Folge, dass diverse Aufgaben beispielsweise aus der Integralrechnung „gelöst“ werden können, indem Differentialrechnung angewendet wird und damit die Aufgabenstellung umgangen werden kann.

Beim Einsatz von Computeralgebrasystemen (CAS) müssen die Formate des LMS zumeist als Schnittstelle verwendet werden. Einer der zentralen Wirkfaktoren ist dabei die Anforderung des automatisierten Assessments, der digitalen Kontrolle der Lösungsvorschläge. Je formatierter, desto einfacher ist vermeintlich die Überprüfung der Eingaben. Computeralgebrasysteme sind zudem nicht allgemein akzeptiert in der Grundlagenlehre der Mathematik, in der die Entwicklung der Lösung „von Hand“ und auf Papier oft als alternativlos angesehen wird.

Die vorherrschenden LMS und damit Lösungen sind momentan Moodle oder Ilias mit Stack oder Wiris Plugins, die in verschiedenen Ausprägungen für formative Tests, Assessments oder auch Einstufungstests verwendet werden. Die Cosh-Gruppe als Netzwerk zwischen Schule und Hochschule bietet einen Einstufungstest an der HFT Stuttgart an, ebenfalls in Stuttgart, Karlsruhe und Ulm kommt der EA Mint Test zum Einsatz. Bundesweit hat das Netzwerk Optes ebenfalls Inhalte und formative Tests für Mathematikgrundlagen entwickelt. Die freiere Form

und Mathematik mit Notebooks ist sehr gut auf verschiedenen Youtube-Kanälen diverser Lehrenden zu beobachten, zum Beispiel Edmund Weitz (HAW Hamburg) oder Holger Schmidt (Hochschule Aalen).

Lösung:

Das beschriebene Problem lässt sich nicht allein mit der Adaption eines Computeralgebrasystems lösen, jedoch ist ein digitales Mathematiksystem natürlich unumgänglich. Hier sind die Zusatzaufwände auf Seiten der Studierenden elementar: Wie viele zusätzlichen Kompetenzen müssen erworben werden, um das System zu verwenden? Ist es allgemein, vor allem auch im späteren Studienverlauf als Werkzeug akzeptiert? Eine automatische Erfolgskontrolle ist die zweite Komponente der vorgeschlagenen Lösung.

Lösung Teil A: JupyterHub als quelloffene Plattform

Es bieten sich mehrere im universitären Umfeld verbreitete Computeralgebrasysteme und Plattformen an, die als Fundament einer Lösung agieren können. Im Sinne der Reproduzierbarkeit, der Nachvollziehbarkeit, der Open Educational Resources und auch der ökonomischen Realität an Hochschuleinrichtungen sind Open Source Lösungen zu bevorzugen.

Die von uns verwendeten Jupyter Notebooks sind ein weit verbreitetes Werkzeug, besonders für Python oder Julia Programmierung. Als Online Plattform, dann unter dem Namen JupyterHub, können sie den Studierenden als leicht zugängliche Online-Ressource zur Verfügung gestellt werden.

Die Studierenden erhalten schon vor dem Studium im Vorkurs einen Zugang zu dieser Plattform. Sie werden explizit darauf hingewiesen, dass die *computational resources*, die ihnen damit zur Verfügung stehen, auf für andere, explorative Anwendungen im Studium verwendet werden dürfen. Zugleich erleben sie ein *level playing field*, auf dem Forschende, Lehrende und Studierende auf die gleichen Resources zurückgreifen.

Lösung Teil B: Digitale Mathematik als abstrakte Software-Bibliothek

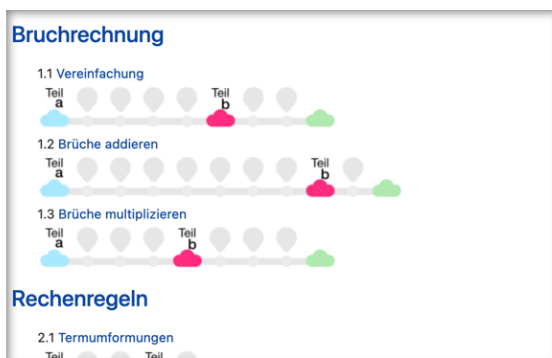
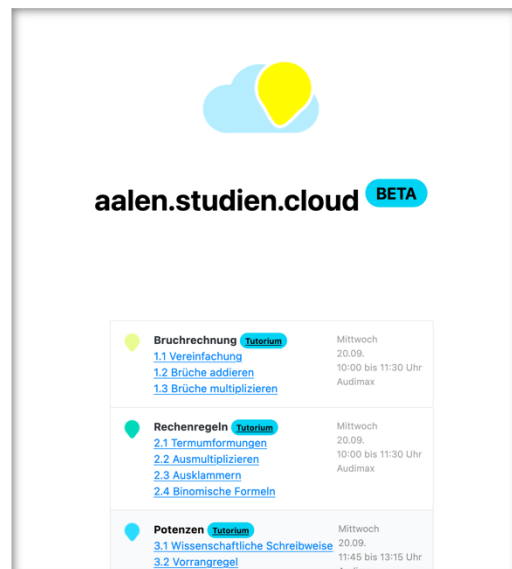
Innerhalb des durch Jupyter gesetzten Rahmens sind mehrere Lösungsansätze denkbar, so unter anderem die Programmiersprache Julia, die explizit für den mathematischen Einsatz konzipiert ist, oder auch Python mit einer für mathematische Zwecke spezialisierten Bibliothek. Der aktuell evaluierte Prototyp arbeitet tatsächlich mit Python und SymPy, einer Erweiterung für symbolische Mathematik. Da momentan wesentlich mehr Inhalte, Erweiterungen und Bibliotheken für Python verfügbar sind, fiel die Wahl auch im Hinblick auf spätere nicht-mathematische Studieninhalte auf diese Sprache.

Die nun formulierte Bibliothek für `mathe.studien.cloud` beinhaltet 48 verschiedene Aufgaben in den Themengebieten Bruchrechnung, Rechenregeln, Potenzen, Wurzeln, Logarithmen, Gleichungen, Funktionen, Geometrie, Differentialrechnung, Integralrechnung und Vektorrechnung. Sie sind vollständig parametrisiert, bieten Lösungen und einen automatisierten Lösungsabgleich. Dabei werden mathematische Ausdrücke als Lösung akzeptiert, die frei in SymPy/Python ausgedrückt werden können. Durch die Abstraktion

können verschiedene Oberflächen auf diese Funktionen zugreifen, was in der nächsten Projektphase mit verschiedenen Ansätzen ausgestaltet werden soll.

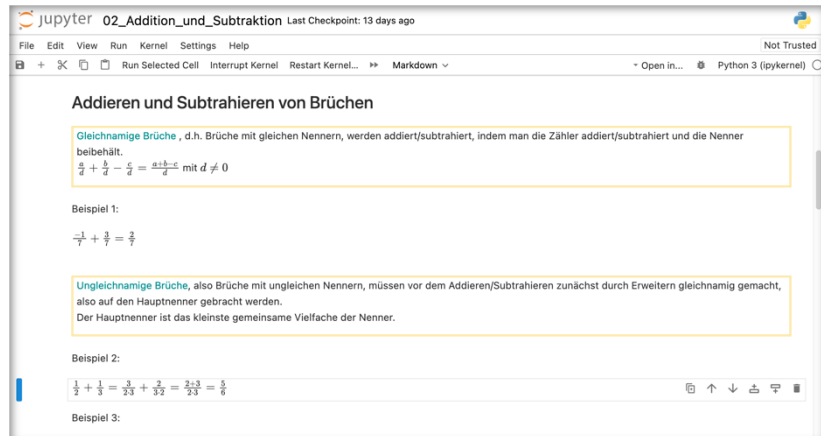
Lösung Teil C: Videos, Vorkurse und Vorlesungen in der aalen.studien.cloud

Um die Stabilität der Plattform (Teil A) und die Funktionalität der Bibliothek (Teil B) zu evaluieren, präsentiert sich die Plattform in diesem Semester als aalen.studien.cloud. Im zentralen Vorkurs der Hochschule konnten die Studierenden die Plattform in den ersten beiden Wochen vor dem Studium kennenlernen und mit ihr die Mathematikgrundlageninhalte auffrischen. Im Semester wird diese Plattform weiter zur Verfügung stehen. Im folgenden ein kleiner Einblick.



Alternativ empfängt das Dashboard die User und zeigt den aktuellen Bearbeitungsstatus an. Die einzelnen Themen sind nochmals in Unterthemen geteilt. Ob eine Aufgabe bearbeitet bzw. auch richtig gelöst wurde, wird dann mit Hilfe der hier noch grauen Ballons angezeigt. So behalten die Lernenden den Überblick über ihren Lernerfolg, sowohl qualitativ als auch quantitativ.

Um Erlerntes zu festigen und nachzuarbeiten beziehungsweise Themen, bei denen im Dashboard durch die Anzeige der bearbeiteten Aufgaben Lücken sichtbar werden, erarbeiten zu können, sind die Inhalte und Definitionen, die für das Lösen der Aufgaben benötigt werden, in den Notebooks digital dargestellt und werden durch Erklärvideos auf unserem Youtubekanal ergänzt. (<https://videos.studien.cloud/>).



Jupyter 02_Addition_und_Subtraktion Last Checkpoint: 13 days ago

File Edit View Run Kernel Settings Help Not Trusted

Run Selected Cell Interrupt Kernel Restart Kernel... Markdown

Addieren und Subtrahieren von Brüchen

Gleichnamige Brüche, d.h. Brüche mit gleichen Nennern, werden addiert/subtrahiert, indem man die Zähler addiert/subtrahiert und die Nenner beibehält.
 $\frac{a}{d} + \frac{b}{d} - \frac{c}{d} = \frac{a+b-c}{d}$ mit $d \neq 0$

Beispiel 1:
 $\frac{1}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3}{7}$

Ungleichnamige Brüche, also Brüche mit ungleichen Nennern, müssen vor dem Addieren/Subtrahieren zunächst durch Erweitern gleichnamig gemacht, also auf den Hauptnenner gebracht werden.
 Der Hauptnenner ist das kleinste gemeinsame Vielfache der Nenner.

Beispiel 2:
 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{2 \cdot 3} + \frac{2}{3 \cdot 2} = \frac{3+2}{2 \cdot 3} = \frac{5}{6}$

Beispiel 3:

Berechnen und vereinfachen Sie:

$$\frac{-\frac{a}{b} + 1}{\frac{6a}{b} - 6}$$

$$\frac{ab}{b}$$

Überprüfen Ergebnis anzeigen

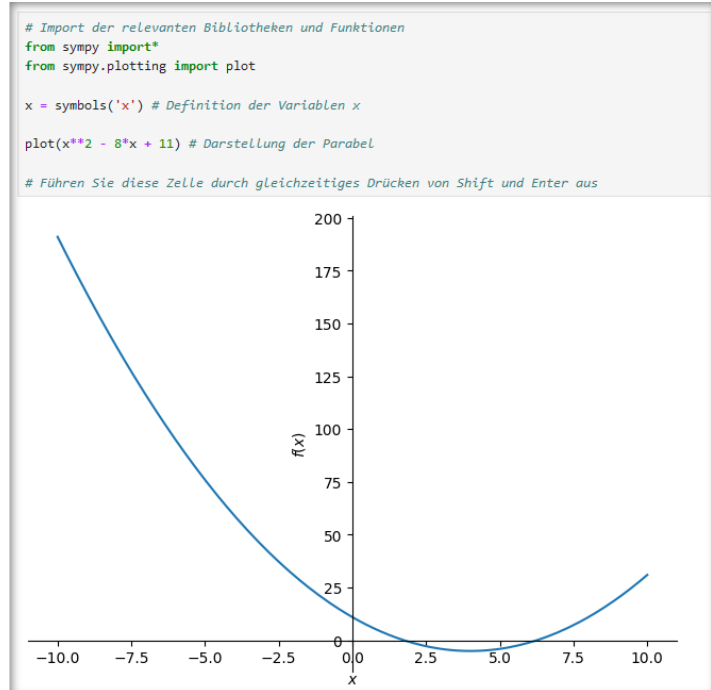
Für die Eingabe der Lösung muss eine gewisse Syntax beachtet werden. Hier werden die Studierenden herangeführt, indem ihnen einerseits in der Aufgabenstellung Hinweise zur Eingabe gegeben werden und andererseits die Eingabe des Ergebnisses direkt unter dem Eingabefeld interpretiert wird.

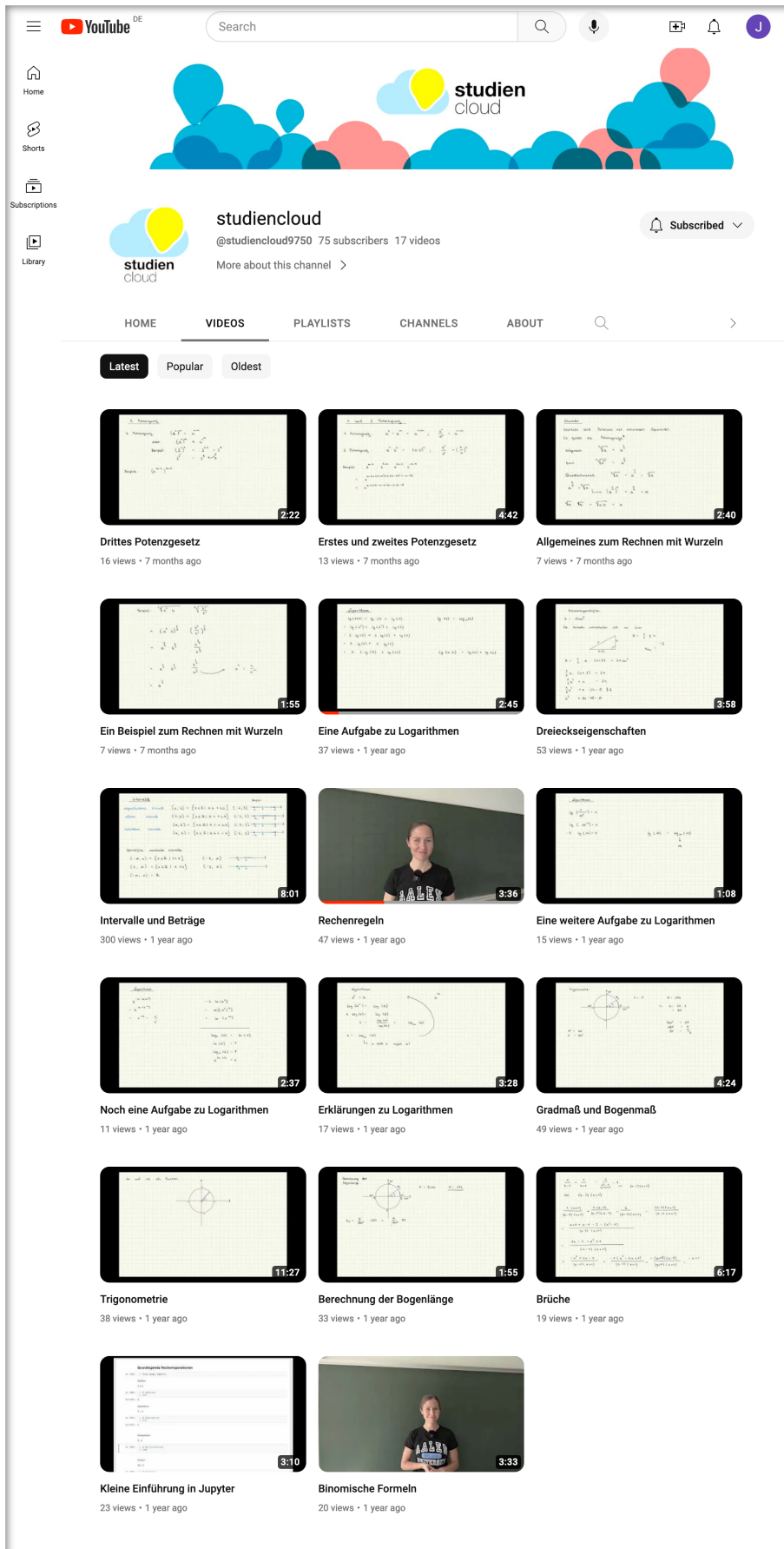
Im Vorkurs zum Wintersemester 2023/24 wurden die Notebooks als Übungsmaterialien zur Vorlesung zum ersten Mal in dieser Form eingesetzt. Die etwa 48 parametrisierten Aufgaben, die zur Verfügung standen wurden von über 250 Lernenden verwendet, wobei über 20000 Aufgaben generiert wurden.

Herausforderungen bei der Umsetzung:

Insbesondere die Akzeptanz der Plattform ist einer der zentralen Erfolgsfaktoren. Das gilt sowohl für die Seite der Studierenden, als auch für die der Lehrenden. Die Studierenden müssen die Plattform als sinnvolles, gewinnbringendes Werkzeug wahrnehmen. Für die Lehrenden ist es tatsächlich nicht anders, gerade im

Kontext des E-Assessments stellen auch sie eine Kosten-Nutzen-Rechnung auf, die den Aufwand der Inhalts- und Aufgabenerstellung mit der später erwarteten Zeitersparnis in der Korrektur abwägt. Jedoch ist diese Perspektive zu kurz gewählt, ermöglichen doch Computeralgebrasysteme im Studienverlauf und damit auch in späteren Lehrveranstaltungen andere, gegebenenfalls komplexere Anwendungsinhalte.





studiencloud
@studiencloud9750 75 subscribers 17 videos

Subscribed

HOME VIDEOS PLAYLISTS CHANNELS ABOUT

Latest Popular Oldest

- Drittes Potenzgesetz**
16 views • 7 months ago
- Erstes und zweites Potenzgesetz**
13 views • 7 months ago
- Allgemeines zum Rechnen mit Wurzeln**
7 views • 7 months ago
- Ein Beispiel zum Rechnen mit Wurzeln**
7 views • 7 months ago
- Eine Aufgabe zu Logarithmen**
37 views • 1 year ago
- Dreieckseigenschaften**
53 views • 1 year ago
- Intervalle und Beträge**
300 views • 1 year ago
- Rechenregeln**
47 views • 1 year ago
- Eine weitere Aufgabe zu Logarithmen**
15 views • 1 year ago
- Noch eine Aufgabe zu Logarithmen**
11 views • 1 year ago
- Erklärungen zu Logarithmen**
17 views • 1 year ago
- Gradmaß und Bogenmaß**
49 views • 1 year ago
- Trigonometrie**
38 views • 1 year ago
- Berechnung der Bogenlänge**
33 views • 1 year ago
- Brüche**
19 views • 1 year ago
- Kleine Einführung in Jupyter**
23 views • 1 year ago
- Binomische Formeln**
20 views • 1 year ago

Mehrwerte, Vorteile und Mehraufwand:

Die angenommenen Vorteile des nicht-formativen Assessments in der Mathematikgrundlagenlehre sind weitgehend noch nicht erforscht, auch weil es an diesen Werkzeugen mangelt. Grundsätzlich ist es aber keine unplausible Annahme, dass freiere und individuellere Lösungswege eher förderlich für Motivation und Leistung sind. Perspektivisch lassen sich mit den Notebooks auch besser Verständnisszenarien erstellen, die elementar für viele Grundlagenthemen sind. Nicht zuletzt sind auch komplexere Kalküle übersichtlich darstellbar, relativ problemlos auch mit individualisierbaren Lösungswegen.

Zentraler Nach- und Vorteil ist die Vermischung von mathematischen und digitalen Kompetenzen. Auch wenn Computeralgebrasysteme intuitiver werden können, wird es immer einen Mehraufwand bedeuten, entsprechende Kompetenzen für deren Nutzung zu erwerben. Zudem ist das Feld der nicht-formativen Assessments erst in der Entstehung, viele Lösungen und Softwarekomponenten sind noch nicht so stabil wie es wünschenswert wäre.

Quellen

Kluyver, T., Ragan-Kelley, B., Pérez, F., Granger, B. E., Bussonnier, M., Frederic, J., & Willing, C. (2016). Jupyter Notebooks-a publishing format for reproducible computational workflows (Vol. 2016, pp. 87-90).

Meurer, A., Smith, C. P., Paprocki, M., Čertík, O., Kirpichev, S. B., Rocklin, M., & Scopatz, A. (2017). SymPy: symbolic computing in Python. PeerJ Computer Science, 3, e103.

Schmidt, H. (2021). Holger Schmidt (Youtube Kanal) <https://www.youtube.com/@holgerschmidt9717>. Abgerufen am 22.02.23.

Weitz, E. (2018). Konkrete Mathematik (nicht nur) für Informatiker. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden.